西安电子科技大学 2023 年《信号与系统》期末考试

吉小鹏
Email: jixiaopeng@nuist.edu.cn
南京信息工程大学 电子与信息工程学院

2024 年 4 月 25 日

第 3 大题各题题解需要写出必要的分析步骤，直接写出答案将不得分。

1 填空题（每小题 4 分，共 5 小题，总计 20 分）

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\frac{\pi}{3}t)[\delta(t-1)+\delta'(t)]dt =$ ________________。

2. 微分器的输入 $f(t)$、输出 $y(t)$ 关系为：$y(t)=\frac{df(t)}{dt}$，那么微分器是 ________（线性/非线性）、________（时变/时不变）系统、________（因果/非因果）、________（稳定/不稳定）系统。

3. 周期为 T 的连续周期信号 $f(t)$ 的傅里叶级数如下：$f(t)=1-\cos(\frac{\pi}{4}t+\frac{\pi}{3})+2\sin(\frac{\pi}{6}t)$，那么，其中角频率为 $\frac{\pi}{4}rad/s$ 的谐波分量是 ________ 次谐波；$f(t)$ 的指数型傅里叶级数如下：$f(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty} F_n e^{jn\Omega t}$，$\Omega=\frac{2\pi}{T}$，则 $F_{-2}=$ ________.

4. $f(t)$ 和 $F(s)$ 构成单边拉普拉斯变换对，即 $f(t)\leftrightarrow F(s)$，$\sigma>\sigma_0$，则 $te^{-2t}f(t)$ 的单边拉普拉斯变换为：________________（无须写出收敛域）。

5. 像函数 $F(z)=\frac{z}{z^2+3z+2}$，若原函数 $f(k)$ 是反因果序列，则 $F(z)$ 的收敛域为 ________，$f(k)=$ ________。

2 单项选择题（每小题 3 分，共 8 小题，总计 24 分）

6. 时间有限的连续时间信号 $f(t)$ 如图 1 所示，以下关于 $f(t)$ 的陈述中，正确的是 (　　)。

   A. $f(t)$ 能量有限，且总能量等于其净面积。

   B. $\frac{df(t)}{dt}$ 波形中包括有 3 个冲激。

   C. $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(j\omega)$ 是 ω 的实函数。

   D. $f(t)u(t-1)$ 的拉普拉斯变换收敛域为 $\sigma>0$。

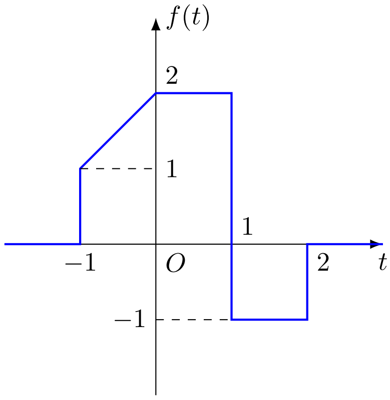


图 1: 题 6

7. 以下关于系统因果性的陈述错误的是 (　　)。

   A. 无记忆系统（也称作即时系统）一定是因果系统。

   B. 某离散系统的系统函数 $H(z) = z + 1 + z^{-1}$，则该系统不具备因果性。

   C. 两个 LTI 因果系统级联构成复合系统，则复合系统也是因果系统。

   D. 离散系统 $y(k) = f(-k-1)$ 具备因果性。

8. 序列 $f_1(k) = 2^{-(k+1)}u(k+1)$ 和 $f_2(k) = 3^{-k}u(k-1)$ 的卷积和为 $f(k)$, 即有: $f(k) = f_1(k) * f_2(k)$。那么 $f(1) = ($　　$)$。

   A. 0。

   B. $\frac{5}{18}$。

   C. $\frac{5}{6}$。

   D. $\frac{5}{3}$。

9. 以下关于理想低通滤波器的陈述错误的是（假定 ω_c 是其截止角频率）(　　)。

   A. 理想低通滤波器是物理可实现的（即，是因果系统）。

   B. 理想低通滤波器输出中不会包含 $\omega > \omega_c$ 的频率分量，也不会产生输入中没有的频率成分。

   C. 理想低通滤波器冲激响应具有 Sa 函数形式。

   D. 理想低通滤波器阶跃响应的上升时间与滤波器的通带宽度成反比。

10. 信号 $f(t)$ 如图 2 所示。若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$，则 $\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)e^{-j\frac{3}{4}\omega}d\omega = ($　　$)$。

   A. $\frac{3}{4}\pi$。

   B. π。

   C. 2π。

   D. 3π。

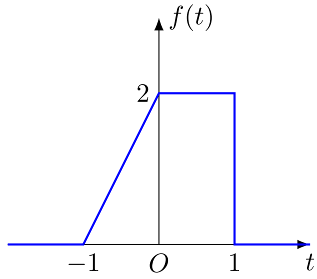


图 2: 题 6

11. 已知某线性时不变系统的频率响应为: $H(j\omega)=\frac{1-j\omega}{1+j\omega}$, 现将如下激励 $f(t)$ 施加于该系统, $f(t)=\cos(\frac{t}{\sqrt{3}})+\cos(t)+\cos(\sqrt{3}t)$, 则针对 $f(t)$ 该系统会否引起失真? 如果会, 会引起何种失真? (　　)

    A. 不会引起波形失真。

    B. 会引起幅度失真。

    C. 会引起相位失真。

    D. 既会引起幅度失真又会引起相位失真。

12. 单边拉普拉斯变换的像函数为 $F(s)=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}\cdot\frac{1+e^{-s}}{1-e^{-s}}$, 则原函数 $f(t)=($　　$)$。

    A. $\sin(\pi t)u(t)-\sin[\pi(t-1)]u(t-1)$。

    B. $\sin(\pi t)u(t)+\sin[\pi(t-1)]u(t-1)$。

    C. $\sum_{n=0}^{\infty}\sin[\pi(t-n)]u(t-n)$。

    D. $\sum_{n=0}^{\infty}\sin[\pi(t-n)]u(t-n)-\sum_{n=0}^{\infty}\sin[\pi(t-n)]u(t-n-1)$。

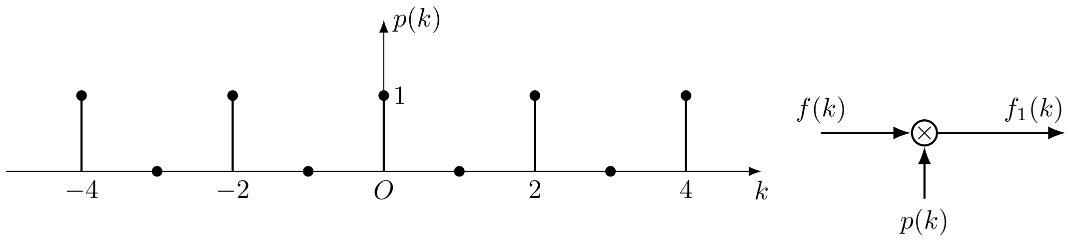
13. 周期性抽样序列 $p(k)$ 如图 3(a) 所示，用 $p(k)$ 对序列 $f(k)$ 进行二倍抽样，得到已抽样序列 $f_1(k)$，如图 3(b) 所示，即有：$f_1(k)=f(k)p(k)$。若 $f(k)$ 的双边 z 变换为 $F(z)$，则序列 $f_1(k)$ 的双边 z 变换 $F_1(z)=($　　$)$。

    A. $F(\frac{z}{2})$。

    B. $F(z^{\frac{1}{2}})$。

    C. $\frac{1}{2}[F(z)+F(-z)]$。

    D. $\frac{1}{2}[F(z^{\frac{1}{2}})+F(-z^{\frac{1}{2}})]$。



(a)　　(b)

图 3: 题 13(a)、(b)

3　分析计算题（共 5 题，合计 56 分）

14. 本题共 3 小题（合计 21 分）:

    (1) (8 分) 离散系统框图如图 4 所示。

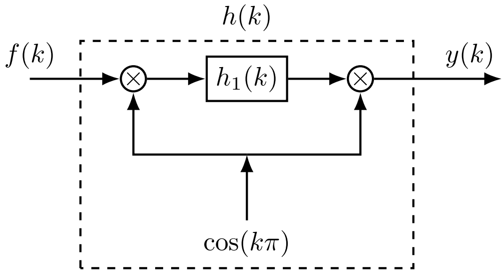


图 4: 题 14(1)

已知其中单位响应为 $h_1(k)$ 的系统是 LTI 系统，$y(k)$ 是激励 $f(k)$ 作用下的零状态响应。提示：$\cos(k\pi) = (-1)^k$。

a) 试由框图写出 $y(k)$ 和 $f(k)$ 的关系式；

b) 试根据线性、时不变性定义以及卷积和的有关性质在时域分别验证图 4 系统具备线性和时不变性;

c) 若 $h_1(k) = u(k)$，试确定图 4 系统的单位响应 $h(k)$，并画出 $h(k)$ 的波形。

(2) (5 分) 连续 LTI 复合系统如图 5 所示。

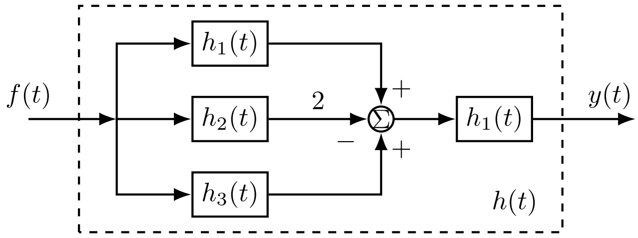
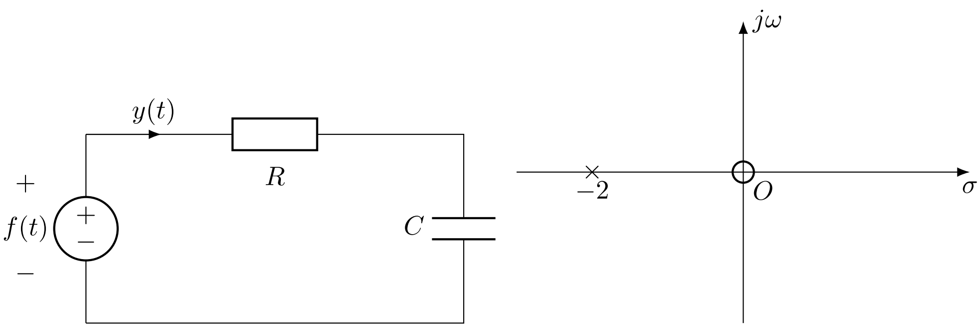


图 5: 题 14(2)

已知，$h_1(t) = u(t)$，$h_2(t) = u(t-1)$，$h_3(t) = u(t-2)$，试计算该复合系统冲激响应 $h(t)$，并画出 $h(t)$ 的波形。

(3) (8 分) 一阶动态电路如图 6(a) 所示，输入为电压源 $f(t)$，输出为电流 $y(t)$。设激励 $f(t)$ 因果，电阻 $R = 1\Omega$，电容 C 的初始储能为 0。若系统函数 $H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)}$ 的零、极点分布图如图 6(b) 所示。试确定该系统的系统函数 $H(s)$ 和电容 C 的电容值；

写出系统频响 $H(j\omega)$ 的表达式，定性画出幅频响应 $|H(j\omega)|$ 和相频响应 $\phi(j\omega)$ 曲线，并根据幅频特性曲线确定该系统的滤波器类型。这里，$H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}$。



(a) (b)

图 6: 题 14(3)

15. （6 分）连续时间矩形脉冲采样系统如图 7(a) 所示。采样脉冲序列是如图 7(b) 所示的周期性矩形脉冲 $p(t)$，其中，τ 为矩形脉冲宽度，T_s 为采样周期，并且 $\tau << T_s$。试证明：
采样输出 $y(t)$ 的频谱 $Y(j\omega)$ 为：

$$Y(j\omega) = \frac{\tau}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} Sa(\frac{n\pi\tau}{T_s})F[j(\omega - n\omega_s)],$$

其中，$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$ 是采样角频率；$F(j\omega)$ 是 $f(t)$ 的傅里叶变换。

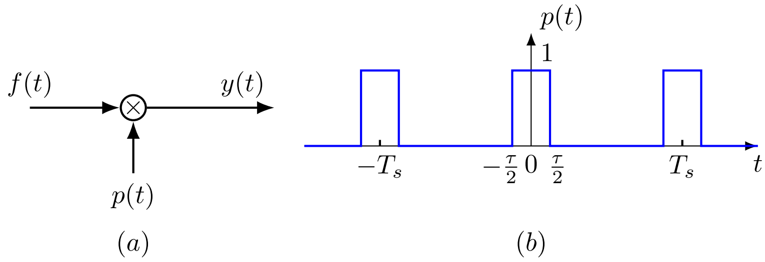


图 7: 题 15(a)、(b)

假定 $f(t)$ 是带限信号（即 $|f| > f_m$，$f(t)$ 的频谱为零，$f_m(Hz)$ 是 $f(t)$ 的最高频率），现欲使采样输出 $y(t)$ 的频谱不发生混叠，请给出采样频率 $f_s = \frac{1}{T_s}$ 需满足的条件。

16. (13 分) 描述某 LTI 因果连续系统的微分方程为：

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = f'(t) + 3f(t),$$

已知 $y(0_-) = 1$ 和 $y'(0_-) = -1$，$f(t) = u(t)$。
(1) 求解零输入响应 $y_{zi}(t)$、零状态响应 $y_{zs}(t)$ 和全响应 $y(t)$；
(2) 指出 $y(t)$ 中的暂态响应和稳态响应；
(3) 写出该系统的系统函数 $H(s)$，并求解系统的冲激响应 $h(t)$。

17. （10 分）描述某 LTI 离散因果系统的差分方程为：

$$y(k) - 0.7y(k-1) + 0.1y(k-2) = 7f(k-1) - 2f(k-2),$$

(1) 写出该系统的系统函数 $H(z)$，并求解其单位序列响应 $h(k)$；
(2) 判定系统的稳定性；
(3) 画出系统的直接 I 型信号流图；
(4) 结合所得信号流图，以单位延迟器输出端作为状态变量，自左至右依次设定为 $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$。写出该系统的状态方程和输出方程。

18. (6 分) 模拟单边带 (SSB) 调制器的系统框图如图 8 所示。

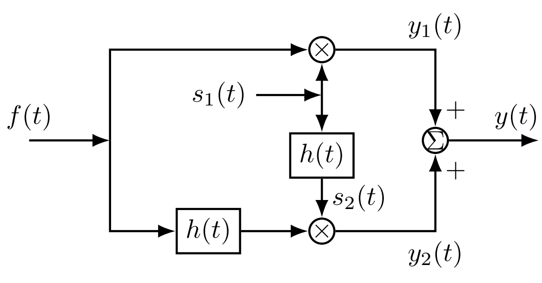


图 8: 题 18

其中，$f(t)$ 是基带信号，$s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 是调制载波，$y(t)$ 是已调信号。已知，$s_1(t) = \cos(\omega_0 t)$，$\omega_0 >> 0$；冲激响应为 $h(t)$ 的系统是 $-\frac{\pi}{2}$ 移相器（亦称作希尔伯特滤波器），且有：

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1}{\pi t}, & t \neq 0 \\ 0, & t = 0 \end{cases}$$

(1) 试证明：$s_2(t) = \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) = \sin(\omega_0 t)$；

(2) 若 $f(t) = \frac{\sin(\omega_m t)}{\pi t}$，且 $0 < \omega_m << \omega_0$，试画出 $y_1(t)$ 和 $y(t)$ 的频谱 $Y_1(j\omega)$ 和 $Y(j\omega)$。