《信号与系统》 2023-2024-2 学年 第 4 章补充习题

吉小鹏
Email: jixiaopeng@nuist.edu.cn
南京信息工程大学 电子与信息工程学院

2024 年 4 月 29 日

1. 求信号 $x(t)=\begin{cases} e^t\sin 2t, & t\le 0 \\ 0, & t>0 \end{cases}$ 的拉普拉斯变换 $X(s)$，并在 s 平面中表明 $X(s)$ 的极点和收敛域。

2. 已知拉普拉斯变换 $X(s)=\frac{2(s+2)}{s^2+7s+12}$，$\mathrm{Re}\{s\}>-3$，求逆变换 $x(t)$。

3. 试求下列信号的拉氏变换或者反变换。

   (a) $x(t)=\frac{1}{t}[1-e^{-at}]u(t)$

   (b) $x(t)=\cos 2t\sum_{n=0}^{+\infty}\delta(t-nT)$

   (c) $x(t)=\sin\pi t[u(t)-u(t-2)]$

   (d) $X(s)=\frac{1}{(s+1)(1+e^{-s})}$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$

   (e) $X(s)=\frac{2}{(s^2+1)^2}$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$

   (f) $X(s)=\frac{e^s+e^{-s}}{e^s-e^{-s}}$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$

4. $f(t)=tu(t-1)$ 的拉普拉斯变换是 $F(s)=($　　$)$。

   (a) $\frac{1}{s^2}(1+e^{-s})$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$

   (b) $\frac{e^{-s}}{s^2}(1+s)$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$

   (c) $\frac{1}{s^2}(1-e^{-s})$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$

   (d) $\frac{e^{-s}}{s^2}(1-s)$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$

5. 已知信号 $x(t)$ 的波形如图所示，试求其拉氏变换 $X(s)$。

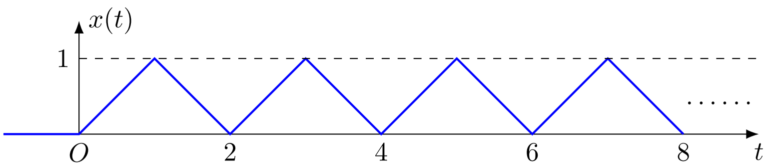

图 1: 题 5 图

6. 已知信号 $x(t)$ 及其拉普拉斯变换 $X(s)$ 满足以下条件：

   (1) $x(t)$ 是实偶函数；

   (2) $X(s)$ 在有限 s 平面上有四个极点，没有零点；

   (3) $X(s)$ 有一个极点位于 $s=\frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$；

   (4) $\int_{-\infty}^{\infty}x(t)dt=4$。

   试确定 $X(s)$ 及其 ROC。

7. 已知一 LTI 系统的系统函数为 $H(s) = \frac{s+5}{s^2+5s+6}$，$\mathrm{Re}\{s\} > -2$，若已知输入信号 $x(t) = e^{-t}u(t)$，系统的初始状态 $y(0_-) = 2$，$y'(0_-) = 1$，试求系统的输出 $y(t)$，$t > 0$。

8. 已知一 LTI 系统具有有理的系统函数，其系统函数的零极点分布如下图所示。

   (1) 指出该系统所有可能的收敛域；

   (2) 判断在各种收敛域下对应系统的因果性和稳定性。

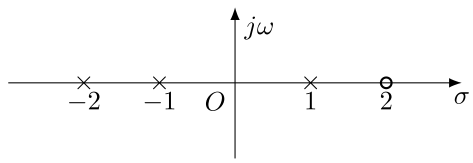

图 2: 题 8 图

9. 已知两个右边信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 通过以下两个微分方程相联系：
$\frac{dx(t)}{dt} = -2y(t) + \delta(t)$，$\frac{dy(t)}{dt} = 2x(t)$，试求 $X(s)$ 和 $Y(s)$ 及其 ROC。

10. 已知滤波器的转移函数为

   (a) $H(s) = \frac{1}{s+1/2}$，$\mathrm{Re}\{s\} > -1/2$

   (b) $H(s) = \frac{s}{s+1/2}$，$\mathrm{Re}\{s\} > -1/2$

   (c) $H(s) = \frac{s}{s^2+2s+5}$，$\mathrm{Re}\{s\} > -1$

   (d) $H(s) = \frac{s^2+1}{s^2+2s+1}$，$\mathrm{Re}\{s\} > -1$

   分别定性画出该滤波器的幅频、相频特性曲线，并判断它们为何种类型滤波器。

11. 某连续时间 LTI 系统的输出为 $y(t) = e^{-3t}u(t)$，系统输入信号的拉氏变换为 $X(s) = \frac{s+2}{(s-1)(s+1)}$，要求在下列条件下分别求出系统函数 $H(s)$，画出其零极点图，并标注收敛域。
(1) $x(t) = 0$，$t > 0$；
(2) $x(t) = 0$，$t < 0$；
(3) $x(t)$ 为双向信号。

12. 某连续时间 LTI 系统的单位阶跃响应为：$s(t) = [e^{-t} - te^{-t}]u(t)$，若已知系统对某输入信号的响应为 $y(t) = [-\frac{1}{2}e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-3t}]u(t)$，试求系统的输入信号。

13. 某连续时间 LTI 系统在相同的初始条件下，当输入为 $x(t) = \delta(t)$ 时，系统的全响应为：$y_1(t) = \delta(t) + e^{-2t}u(t)$，而当输入为 $x(t) = u(t)$ 时，系统的全响应为 $y_2(t) = 4e^{-2t}u(t)$，试求：

   (1) 系统函数 $H(s)$ 和系统的单位冲激响应 $h(t)$；

   (2) 系统的零输入响应和系统的初始状态。

14. 一稳定的线性时不变系统的框图如下图所示，试求：

   (1) 求 $H(s)$，并且表示出 $H(s)$ 的收敛域；

   (2) 确定 $h(t)$，判断系统的因果性；

   (3) $x(t) = e^{2t}$，$y(t) = ?$

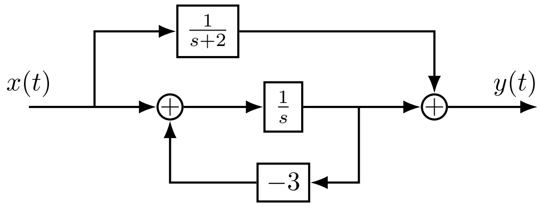

图 3: 题 14

15. 已知一因果的连续时间 LTI 系统的模拟框图如图所示，其中 K 为常数。

   (1) 试确定 K 的取值范围以保证该系统为稳定系统；

   (2) 若已知输入为 $x(t) = e^t, -\infty < t < +\infty$，系统的输出为 $y(t) = 0.1e^t, -\infty < t < +\infty$，试确定系统函数及收敛域。

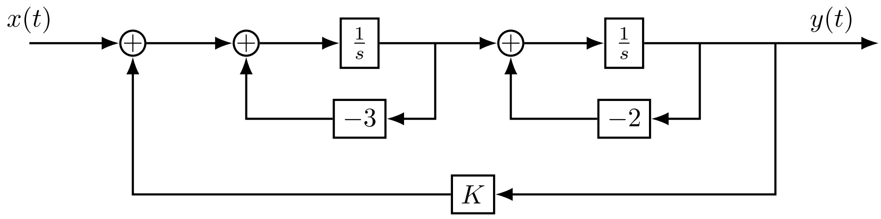

图 4: 题 15

16. 假设关于一个系统函数为 $H(s)$，单位冲激响应为 $h(t)$ 的因果稳定 LTI 系统给出如下信息：

   (1) $H(s)|_{s=1} = \frac{1}{6}$；

   (2) 当输入为 $u(t)$ 时，输出是绝对可积的；

   (3) 当输入为 $tu(t)$ 时，输出不是绝对可积的；

   (4) 信号 $\frac{d^2h(t)}{dt^2} + 3\frac{dh(t)}{dt} + 2h(t)$ 是有限持续期的；

   (5) $H(s)$ 在无穷远点只有一阶零点。

   (a) 试确定 $H(s)$，画出其零极点图并标注收敛域；

   (b) 试求系统的单位冲激响应 $h(t)$；

   (c) 若输入 $x(t) = e^{2t}, -\infty < t < \infty$，试求系统的输出 $y(t)$；

   (d) 写出描述该系统的的常系数微分方程。

17. 假设一个系统函数为 $H(s)$，单位冲激响应为 $h(t)$ 的 LTI 系统满足下列条件

   (1) $H(s)$ 为有理函数；

   (2) 信号 $h''(t) - 9h(t)$ 为时限信号；

   (3) 逆系统的冲激响应仍为实现信号；

   (4) 系统对信号 $x(t) = 1$ 的响应为 $y(t) = 2$。

   (a) 试求系统函数及单位冲激响应；

   (b) 判断系统的因果性和稳定性；

   (c) 写出描述该系统的常系数微分方程。

18. 如图所示电路中，开关 S 在 $t = 0$ 时刻闭合，已知下列条件：$i_L(0_-) = 1A$，$u_c(0_-) = 1V$，$u_i(t) = 1V$。试求系统的输出 $u_o(t), t > 0$。

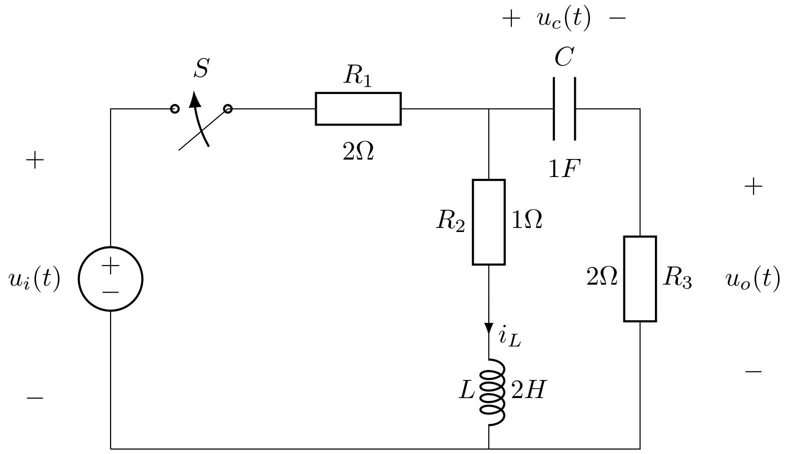

图 5: 题 18 电路图

19. 关于一个拉普拉斯变换为 $X(s)$ 的实信号 $x(t)$，给出了下列 5 个条件：

(1) $X(s)$ 只有两个极点；

(2) $X(s)$ 在有限 s 平面没有零点；

(3) $X(s)$ 有一个极点在 $s=-1+j$；

(4) $e^{2t}x(t)$ 不是绝对可积的；

(5) $X(0)=8$。

试确定 $X(s)$ 并给出它的收敛域。