《信号与系统》 2023-2024-2 学年 第 3 章补充习题

吉小鹏
Email: jixiaopeng@nuist.edu.cn
南京信息工程大学 电子与信息工程学院

2024 年 4 月 21 日

1. 如果 $x(t)$ 是周期的，并有 $x(-t) = -x(t)$，那么 $x(t)$ 可以表示成（　　）。
   (a) $x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} 2a_k \cos(kw_0 t)$
   (b) $x(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} 2ja_k \sin(kw_0 t)$
   (c) $x(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} 2a_k \cos(kw_0 t)$
   (d) $x(t) = -2\sum_{k=1}^{+\infty} |a_k| \sin(kw_0 t)$

2. 如果 $x_1(t) = (t+1)u(t+1) - 2tu(t) + (t-1)u(t-1)$，那么 $x(t) = x_1(t) * \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-4k)$ 的傅里叶级数系数应满足（　　）。
   (a) $a_{-k} = a_k$，并且 $Re\{a_k\} = 0$
   (b) $a_{-k} = a_k$，并且 $Im\{a_k\} = 0$
   (c) $a_{-k} = -a_k$，并且 $Re\{a_k\} = 0$
   (d) $a_{-k} = -a_k$，并且 $Im\{a_k\} = 0$

3. 信号 $x(\frac{t}{2} - 3)$ 的傅里叶级数是（　　）。
   (a) $\frac{a_k}{2}$
   (b) $\frac{1}{2}a_k e^{-j3kw_0}$
   (c) $a_k e^{-j3kw_0}$
   (d) $2a_k e^{-j3kw_0}$

4. 若一个连续时间周期信号某两个谱线之间的间隔为 2.5π，则信号的频率可能为（　　）。
   (a) 5
   (b) 1
   (c) $\frac{5}{8}$
   (d) $\frac{1}{5}$

5. 线性时不变系统单位冲激响应 $h(t) = e^{-t}u(t)$，当输入信号 $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-2n)$ 时，输出 $y(t)$ 的傅里叶级数表达式为（　　）。
   (a) $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2(1+jk\pi)} e^{jk\pi t}$
   (b) $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2(1+j2k\pi)} e^{j2k\pi t}$
   (c) $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2(1+j2k\pi)} e^{jk\pi t}$
   (d) $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2(1+jk\pi)} e^{j2k\pi t}$

6. 如果一个线性时不变系统是因果而且稳定的，输入为 $x(t)$，输出为 $y(t)$，判断下面的说法哪些是正确的。

(a) 如果 $x(t)$ 是周期的，$y(t)$ 也一定是周期的。

(b) 如果 $x(t)$ 不是周期的，$y(t)$ 也一定不是周期的。

(c) 如果 $x(t)$ 为有界信号，$y(t)$ 也一定有界。

(d) 如果 $x(t)=0, t>t_0$，那么 $y(t)=0, t>t_0$。

7. 某 LTI 系统的频响如图所示，若输出为 $y(t)=2\cos(4\pi t)$，则输入可能是（　　）。

(a) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-k)$

(b) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\delta(t-\frac{k}{4})$

(c) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-\frac{k}{2})$

(d) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{2}\delta(t-\frac{k}{2})$

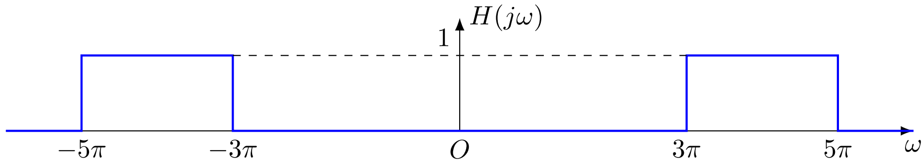

图 1: 题 7 图

8. 线性时不变系统的输入 $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n\delta(t-n)$，如果输出 $y(t)=\cos(5\pi t)+\cos(7\pi t)$，求系统的单位冲激响应为（　　）。

(a) $h(t)=\frac{1}{2\pi t}(\sin 8\pi t-\sin 4\pi t)$

(b) $h(t)=\frac{1}{\pi t}(\sin 8\pi t-\sin 4\pi t)$

(a) $h(t)=\frac{1}{2\pi t}(\sin 10\pi t-\sin 4\pi t)$

(a) $h(t)=\frac{1}{2\pi t}(\sin 8\pi t-\sin 2\pi t)$

9. 试求下列信号的傅里叶变换：

(a) $x(t)=\frac{1}{t^2}$

(b) $x(t)=|t|$

(c) $x(t)=2t^2+t+1$

(d) $x(t)=\frac{t}{(t^2+1)^2}$

(e) $x(t)=e^{-|t|}sgn(t)$

(f) $x(t)=\frac{4\sin^2(\frac{\pi}{2}t)}{(\pi t)^2}\cos 2\pi t$

10. 如图所示两个信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$，$x_1(t)$ 的傅里叶变换为 $X_1(j\omega)$，则 $x_2(t)$ 的傅里叶变换为（　　）。

(a) $X_1(-j\omega)e^{-3j\omega}$

(b) $X_1(j\omega)e^{3j\omega}$

(c) $X_1(j\omega)e^{-3j\omega}$

(d) $X_1(-j\omega)e^{3j\omega}$

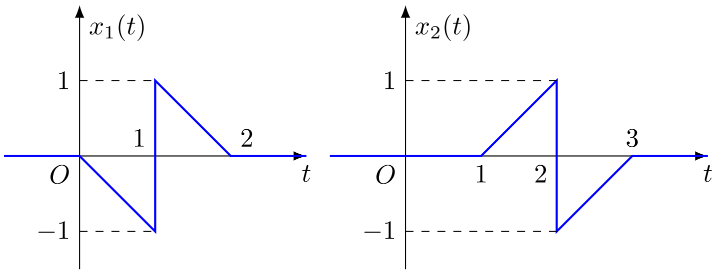

图 2: 题 10 图

11. 已知信号 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(j\omega)$，且下列条件成立。
   (1) $x(t) \geq 0$;
   (2) $F^{-1}\{(1+j\omega)X(j\omega)\} = Ae^{-2t}u(t)$，其中 A 为实常数，F^{-1} 表示傅里叶逆变换；
   (3) $\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi$；
   试确定 $x(t)$ 的闭式表达式。

12. 已知 $X(j\omega)$ 代表实因果信号 $x(t)$ 的傅里叶变换，且 $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Re\{X(j\omega)\}e^{j\omega t}d\omega = |t|e^{-|t|}$，试确定 $x(t)$ 的闭式表达式。

13. 已知信号 $x(t)$ 的频谱如图所示，试求：

   (a) $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt$
   (b) $\frac{dx(t)}{dt}|_{t=0}$
   (c) $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\frac{\sin 2t}{\pi t}e^{j2t}dt$

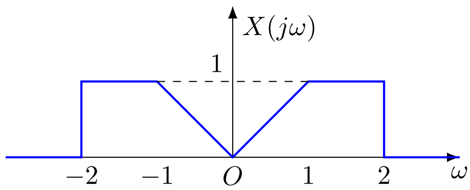

图 3: 题 13 图

14. 已知信号 $x(t)$ 的波形如下图所示，试求：

   (a) $\measuredangle X(j\omega)$
   (b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \omega X(j\omega)e^{-j2\omega}d\omega$
   (c) $\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$
   (d) $\int_{-\infty}^{+\infty} Re\{X(j\omega)\}e^{-2j\omega}d\omega$

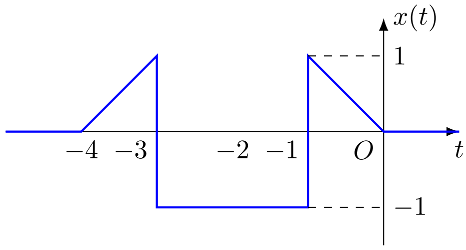

图 4: 题 14 图

15. 试计算下列无穷积分

   (a) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin t}{t}dt$

(b) $\int_{-\infty}^{+\infty}(\frac{\sin t}{t})^2 dt$

(c) $\int_{-\infty}^{+\infty}(\frac{\sin t}{t})^3 dt$

(d) $\int_{-\infty}^{+\infty}(\frac{\sin t}{t})^2 \cos t dt$

16. 试计算下列卷积积分

(a) $x(t)=e^{-4t}u(t)*\cos t$

(b) $(\frac{3\pi t\cos 3\pi t-\sin 3\pi t}{3\pi^2t^2})*[\cos(2\pi t+\theta)+\sin 4\pi t]$，其中 θ 为任意常数。

17. 三个连续时间 LTI 系统的单位冲激响应分别为

(a) $h(t)=\frac{\sin\pi t\sin 2\pi t}{\pi t^2}$

(b) $h(t)=\frac{\sin\pi t\cos 6\pi t}{\pi t}$

(c) $h(t)=[e^{-t}u(t)]*\{\frac{d}{dt}[\frac{\sin\pi t}{\pi t}]\}$

若输入信号 $x(t)=1+\cos 2\pi t+\sin 6\pi t$，试求三个系统的输出。

18. 系统如下图所示，其中 $h_1(t)=e^{-10t}u(t)$，$h_2(t)=\frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$，$h_3(t)=\frac{\sin 3\pi t}{\pi t}$，$h_4(t)=\frac{d\delta(t)}{dt}$。如果 $x(t)=1+2\sin 2t+\cos 10t$，求输出 $y(t)$。

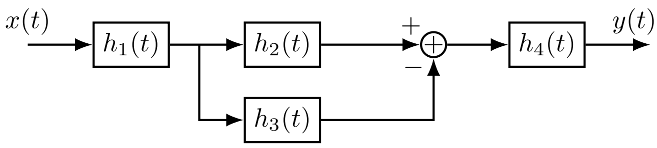

图 5: 题 18

19. 已知如图所示连续时间系统中输入信号 $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-2k)$，两个子系统的频率响应 $H_1(j\omega)$ 和 $H_2(j\omega)$ 分别如图所示，试求该系统的输出信号 $y(t)$。

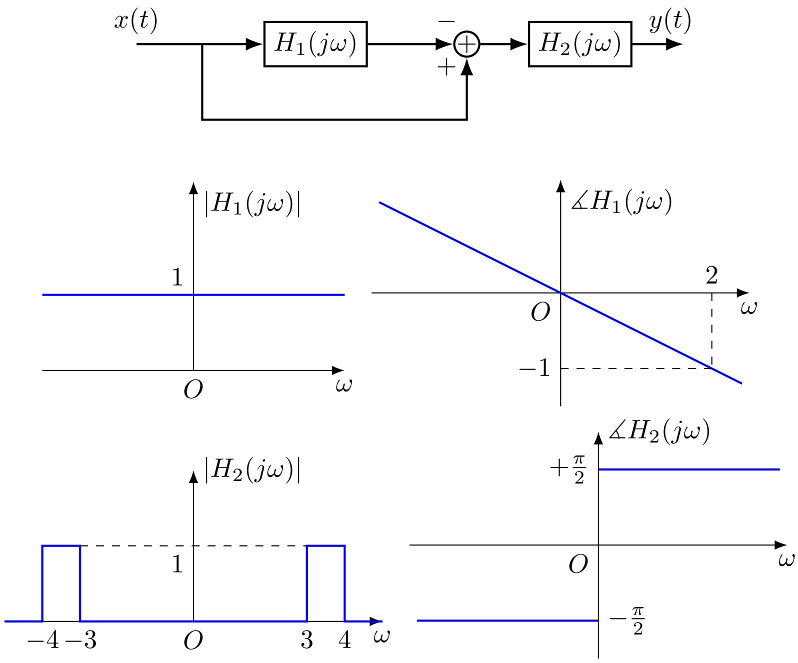

图 6: 题 19

20. 如图所示的连续时间系统，其中 $h_1(t)=\frac{\sin 3\pi t}{\pi t}$，$H_2(j\omega)$ 和 $H_3(j\omega)$ 的波形如图所示。

(1) 试求整个系统的频率响应；

(2) 若输入信号 $x(t)=x_1(t)*\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-k)$，其中 $x_1(t)=u(t+0.25)-u(t-0.25)$，试求系统的输出 $y(t)$。

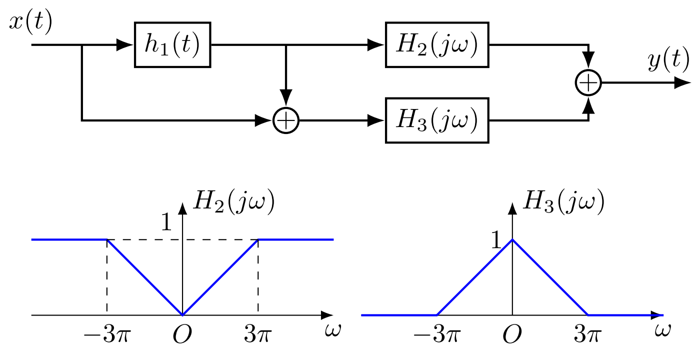

图 7: 题 20

21. 如图所示系统中，$h_1(t) = \delta(t) - \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$，$h_2(t) = \frac{d}{dt}\frac{\sin \pi t}{\pi t}$。若输入信号 $x(t) = \frac{\sin 2\pi t}{\pi t}$，试分别求 $r_1(t)$、$r_2(t)$、$y(t)$ 各点信号的频谱。

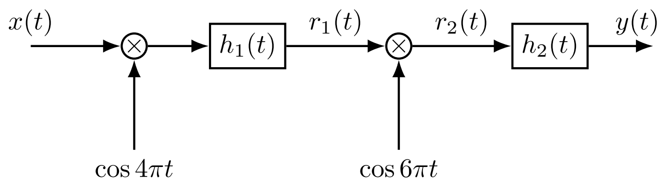

图 8: 题 21

22. 如图所示的系统中，已知输入信号 $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(j\omega)$，

(1) 画出图中 A、B、C 各点的信号频谱；

(2) 说明这个系统的用途。

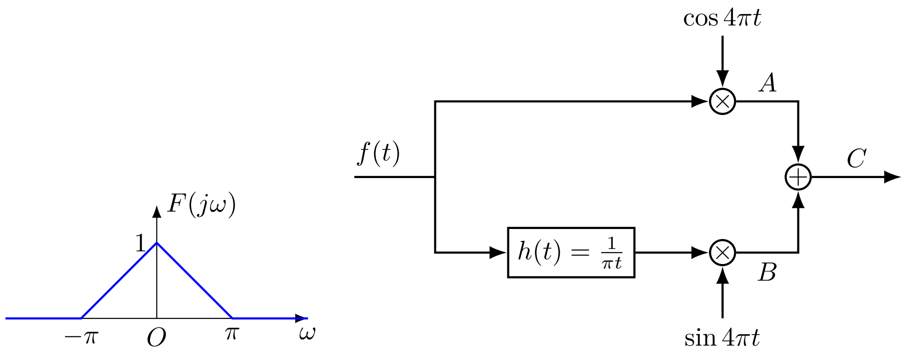

图 9: 题 22

23. 如图所示系统可由两个低通滤波器和一个振荡器综合成一个带通滤波器。若满足如下条件：$\omega_M < \omega_c$，$\omega_1 < \omega_c$，$\omega_M > \omega_2 > \omega_c - \omega_1$，$h_1(t) = \frac{\sin \omega_1 t}{\pi t}$，$h_2(t) = \frac{\sin \omega_2 t}{\pi t}$，画出 $r_1(t)$、$r_2(t)$、$r_3(t)$、$y(t)$ 的频谱，证明整个系统等效为一个带通滤波器，并确定带通滤波器的上、下截止频率。

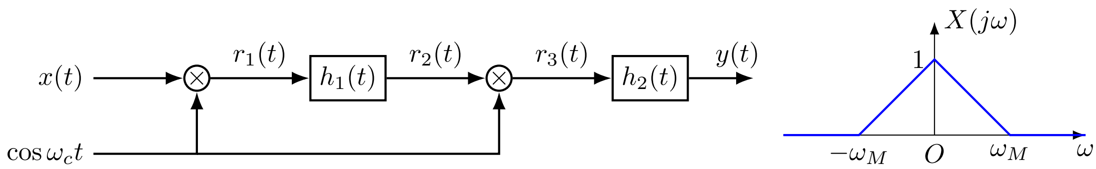

图 10: 题 23

24. 已知信号 $x(t)=(\frac{\sin 50\pi t}{\pi t})^2$，其傅里叶变换为 $X(j\omega)$。若对 $x(t)$ 以采样频率 $\omega_s=150\pi$ 进行采样，设采样结果以 $g(t)$ 表示，$g(t)$ 的傅里叶变换为 $G(j\omega)$。现欲使当 $|\omega|\le\omega_0$ 时，$G(j\omega)=75X(j\omega)$，试确定 ω_0 的最大值。

25. 连续时间线性时不变系统的单位冲击响应为 $h(t)=\frac{4\pi t\cos 4\pi t-\sin 4\pi t}{\pi t^2}$，系统输入信号 $x(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-\frac{2}{3}n)$，

(1) 求 $x(t)$ 的傅里叶级数；

(2) 计算系统的频率响应 $H(j\omega)$；

(3) 求系统的零状态响应 $y(t)$。