南京信息工程大学 2020-2021 学年二学期

《信号与系统》课程期末考试试卷 A 答案

一、选择题（10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1~5：CBDBD　　6~10：ADAAC

选答 4：$h(n)=h(n)*\delta(n)=h(n)*[u(n)-u(n-1)]=g(n)-g(n-1)$

选答 7：由 $\sin t=0$ 知，$t=k\pi$，k=0、±1、…；因而，$\delta(\sin t)=\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}a_k\delta(t-k\pi)$

$a_k=\int_R\delta(\sin t)dt$，$R$ 为 $k\pi$ 的小领域；即 $a_k=\int_R\frac{1}{\cos t}\delta(\sin t)d(\sin t)=(-1)^k$

二、填空题（10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1．200，600　　2．−10，8

3．0.5，3　　4．250，96

5．2/π，3　　6．$3\delta(t-10)$，是

7．2π，2　　8．$-1+j2$，$-1-j2$

9．$j0.5$，$-j0.5$　　10．0.02，10

三、分析题（6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

1 解：根据线性性质

（1）当 $y_1(0)=5$，$y_2(0)=3$ 时，系统的零输入响应 $y_0(t)$

$y_0(t)=5\times(2e^{-t}+3e^{-3t})+3\times(4e^{-t}-2e^{-3t})=22e^{-t}+9e^{-3t}$，　$t\geq0$　　（3 分）

（2）当 $y_1(0)=2$，$y_2(0)=5$ 时，系统的零输入响应 $y_0(t)$

$y_0(t)=2\times(2e^{-t}+3e^{-3t})+5\times(4e^{-t}-2e^{-3t})=24e^{-t}-4e^{-3t}$，　$t\geq0$　　（3 分）

系统的完全响应 $y(t)$

$y(t)=y_0(t)+3y_f(t)=6+27e^{-t}+2e^{-3t}$，$t\geq0$　　（4 分）

2 解：1）对差分方程作 Z 变换，有

$$Y(z)-z^{-1}Y(z)+0.09z^{-2}Y(z)=2F(z)-z^{-1}F(z)$$

整理得　$H(z)=\frac{Y(z)}{F(z)}=\frac{2-z^{-1}}{1-z^{-1}+0.09z^{-2}}=\frac{z}{z-0.9}+\frac{z}{z-0.1}$　　（2 分）

故其收敛域为 $|z|>0.9$，包括单位圆，因此系统稳定　　（2 分）

2）单位样值响应 $h(n)=(0.9^n+0.1^n)u(n)$ （3 分）

单位阶跃响应 $g(n)=(\frac{100}{9}-9\times 0.9^n-\frac{1}{9}\times 0.1^n)u(n)$ （3 分）

3 解：1）$G(z)=\dfrac{z^2(2z-1)}{(z-1)(z-0.9)(z-0.1)}$

$$\frac{G(z)}{z}=\frac{z(2z-1)}{(z-1)(z-0.9)(z-0.1)}=\frac{\frac{100}{9}}{z-1}+\frac{-9}{z-0.9}+\frac{-\frac{1}{9}}{z-0.1}$$

$$y(n)=f(n)+0.2y(n-1)-0.01y(n-2)$$

$$y(n)-3y(n-1)+2y(n-2)=f(n)-2f(n-1)$$ （4 分）

2）对差分方程作单边 Z 变换，有

$$Y(z)-3[z^{-1}Y(z)+y(-1)]+2[z^{-1}(z^{-1}Y(z)+y(-1))+y(-2)]=F(z)-2z^{-1}F(z)$$
$$(1-3z^{-1}+2z^{-2})Y(z)-3y(-1)+2z^{-1}y(-1)+2y(-2)=(1-2z^{-1})F(z)$$

将 $f(n)=0.2^n u(n)$，作单边 Z 变换，有

$$F(z)=\frac{z}{z-0.2}$$

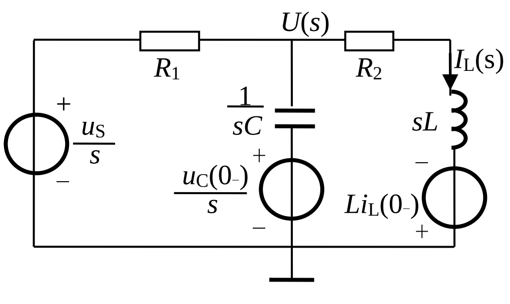
并将初始值 $y(-1)=0$， $y(-2)=1$，代入方程，有

$$Y(z)=\frac{(1-2z^{-1})\frac{z}{z-2}-2}{(1-3z^{-1}+2z^{-2})}=\frac{(z^2-2z)\frac{z}{z-2}-2z^2}{(z^2-3z+2)}=\frac{-z^2}{(z^2-3z+2)}$$

$$\frac{Y(z)}{z}=\frac{-z}{(z-1)(z-2)}=\frac{-2}{z-2}+\frac{1}{z-1}$$ （3 分）

故 $y(n)=(1-2^{n+1})u(n)$ （3 分）

4 解：拉氏运算电路图如图所示



$$i_L(0_-)=\frac{u_S}{R_2}=\frac{42}{0.75}=56A$$ （2 分）

$u_C(0_-)=42V$ （2 分）

用结点电压法：

$$(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2+sL}+sC)U(s)-\frac{1}{R_1}\times\frac{u_S}{s}=\frac{u_C(0_-)}{s}\cdot sC-\frac{Li_L(0_-)}{R_2+sL}$$

解得：$U(s)=\dfrac{42s^2+364s+378}{s(s+3)(s+7)}$

$$I_L(s)=\frac{U(s)+Li_L(0_-)}{R_2+sL}=\frac{56s^2+560s+504}{s(s+3)(s+7)}=\frac{24}{s}+\frac{56}{s+3}-\frac{24}{s+7}$$ （3 分）

所以：$i_L(t)=(24+56e^{-3t}-24e^{-7t})A$，$t\geq 0$ （3 分）

5 解：1）对原微分方程两边取拉氏变换，可得

$$s^2Y(s)+7sY(s)+10Y(s)=2sF(s)+F(s)$$

系统函数为：$H(s)=\dfrac{Y(s)}{F(s)}=\dfrac{2s+1}{s^2+7s+10}=\dfrac{-1}{s+2}+\dfrac{3}{s+5}$ （2 分）

系统冲激响应为：$h(t)=(3e^{-5t}-e^{-2t})u(t)$ （2 分）

2）对原微分方程两边取拉氏变换，并考虑初始值，可得

$$s^2Y(s)-sy(0^-)-y'(0^-)+7sY(s)-7y(0^-)+10Y(s)=2sF(s)+F(s)$$

其中 $F(s)=\dfrac{1}{s+1}$，$y(0^-)=5$，$y'(0^-)=3$

代入得 $Y(s)=\dfrac{(2s+1)\times\dfrac{1}{s+1}+5s+3+7\times 5}{s^2+7s+10}=-\dfrac{1/4}{s+1}+\dfrac{31/3}{s+2}-\dfrac{61/12}{s+5}$

故系统全响应为 $y(t)=(-\dfrac{1}{4}e^{-t}+\dfrac{31}{3}e^{-2t}-\dfrac{61}{12}e^{-5t})u(t)$ （2 分）

零输入响应为 $y_0(t)=(\dfrac{28}{3}e^{-2t}-\dfrac{13}{3}e^{-5t})u(t)$ （2 分）

零状态响应为 $y_f(t)=(-\dfrac{1}{4}e^{-t}+e^{-2t}-\dfrac{3}{4}e^{-5t})u(t)$ （2 分）

6 解：（1）因为 $Sa(t)$ 的频谱为：$\pi[u(\omega+1)-u(\omega-1)]$

所以 $Sa^2(t)$ 的频谱 $F_1(j\omega)$ 为：

$$F_1(j\omega)=\frac{1}{2\pi}\times\pi[u(\omega+1)-u(\omega-1)]*\pi[u(\omega+1)-u(\omega-1)]$$

$$=\frac{\pi}{2}[(\omega+2)u(\omega+2)-2\omega u(\omega)+(\omega-2)u(\omega-2)]$$ （3 分）

（2）因为 $\cos(50t)$ 的频谱为：$\pi[\delta(\omega+50)+\delta(\omega-50)]$

所以 $\cos^2(50t)$ 频谱 $F_2(j\omega)$ 为： $\frac{\pi}{2}[\delta(\omega+100)+2\delta(\omega)+\delta(\omega-100)]$ （3 分）

（3）系统响应 $y(t)$ 的频谱 $Y(j\omega)$ 为：

$$
\begin{aligned}
Y(j\omega) &= [\frac{1}{2\pi}F_1(j\omega)*F_2(j\omega)]\cdot H(j\omega) \\
&= \{\frac{1}{2\pi}F_1(j\omega)*\frac{\pi}{2}[\delta(\omega+100)+2\delta(\omega)+\delta(\omega-100)]\}\cdot H(j\omega) \\
&= [\frac{1}{4}F_1(j(\omega+100))+\frac{1}{2}F_1(j\omega)+\frac{1}{4}F_1(j(\omega-100))] \\
&\qquad \times[u(\omega+2)-u(\omega-2)]e^{-j3\omega} \\
&= \frac{1}{2}F_1(j\omega)\times[u(\omega+2)-u(\omega-2)]e^{-j3\omega} \\
&= \frac{1}{2}F_1(j\omega)e^{-j3\omega}
\end{aligned}
$$

因此系统响应 $y(t)$ 为： $y(t)=\frac{1}{2}Sa^2(t-3)$ （4 分）